



Title	2005年度 情報理論講義ノート
Author(s)	井上, 純一
Issue Date	2005-11-18T09:19:52Z
Doc URL	<a href="http://hdl.handle.net/2115/772">http://hdl.handle.net/2115/772</a>
Rights(URL)	<a href="http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.1/jp/">http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.1/jp/</a>
Type	learningobject
Note(URL)	<a href="http://www005.upp.so-net.ne.jp/j_inoue/index.html">http://www005.upp.so-net.ne.jp/j_inoue/index.html</a> ; <a href="http://chaosweb.complex.eng.hokudai.ac.jp/~j_inoue/">http://chaosweb.complex.eng.hokudai.ac.jp/~j_inoue/</a>
Additional Information	There are other files related to this item in HUSCAP. Check the above URL.
File Information	InfoTheory05_slide12.pdf (第12回講義スライド)



[Instructions for use](#)



# 情報理論 #12

第12回講義 7月11日

---

情報科学研究科 井上純一

[http://chaosweb.complex.eng.hokudai.ac.jp/~j\\_inoue/](http://chaosweb.complex.eng.hokudai.ac.jp/~j_inoue/)

# フーリエ級数展開

関数 $u(t)$ が周期 $T$ の周期関数の場合

$$u(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{\frac{2pnit}{T}}, \quad A_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u(t) dt e^{-\frac{2pnit}{T}}$$

フーリエ係数

$2p/T$ : 角周波数,  $1/T$ : 周波数

$u(t)$ が実数の場合 ( $A_{-n} = A_n^*$ )

$$u(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{2pn}{T}t\right) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin\left(\frac{2pn}{T}t\right)$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u(t) \cos\left(\frac{2pn}{T}t\right) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u(t) \sin\left(\frac{2pn}{T}t\right) dt, \quad a_0 = A_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u(t) dt$$

$$cf. u(t) = u(0) + \left. \frac{du}{dt} \right|_{t=0} t + \frac{1}{2!} \left. \frac{d^2u}{dt^2} \right|_{t=0} t^2 + \dots$$

テーラー展開

適用例は例題13

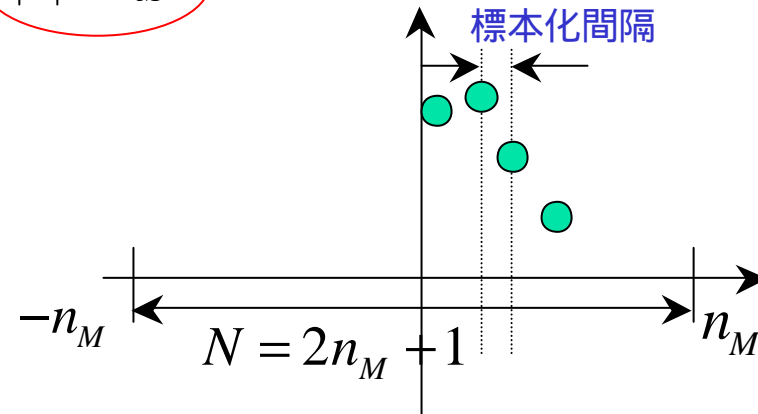
# 標本化定理：周期関数に対して

高周波成分がゼロ

周期 $T$ の周期関数 $u(t)$ のフーリエ係数が $|n| > n_M$ でゼロとする

$$t_k = k\Delta t, u_k = u(t_k) \text{として}$$

$$u(t) = \sum_{k=1}^N u_k g_1(t - t_k)$$



$N$ 個の離散値 (標本値)をつなげて任意の時刻 $t$ の $u(t)$ が再現される

$$g_1(t) = \frac{1}{N} \frac{\sin(\mathbf{p}Nt/T)}{\sin(\mathbf{p}t/T)}$$

標本化関数

導出は講義ノート参照

# フーリエ変換

$$u_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{\frac{2\pi nit}{T}}, \quad A_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} u(t) dt e^{-\frac{2\pi nit}{T}}$$

$$\Delta f \equiv 1/T \text{ (単位周波数)}, f = n\Delta f = n/T$$

$$U(f) = A_n / \Delta f \text{ (単位周波数あたりの周波数成分)}$$

$$u_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Delta f U(f) e^{2\pi fit} \rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} df U(f) e^{2\pi fit} = u(t)$$

このとき

$$U(f) = \frac{A_n}{\Delta f} = \frac{1}{\Delta f T} \int_{-T/2}^{T/2} u_T(t) e^{-\frac{2\pi fit}{T}} dt \rightarrow \int_{-\infty}^{\infty} u(t) e^{-2\pi fit} dt$$

$$u(t) = \int_{-\infty}^{\infty} df U(f) e^{2\pi fit}$$

フーリエ逆変換

$$U(f) = \int_{-\infty}^{\infty} dt u(t) e^{-2\pi fit}$$

フーリエ変換

# 標本化定理：非周期関数に対して

$u(t)$ のフーリエ変換 $U(f)$ が $|f| > W$ でゼロ

周波数の最大値が $W$

$\Delta t = 1/2W$ 間隔で標本点 $t_k = k\Delta t$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ )をとり

$u_k = u(t_k)$ とすると

$$u(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} u_k g_2(t - t_k)$$

$$g_2(t) = \frac{\sin(2pWt)}{2pWt}$$

